采样定理知识拓展讨论

$_1(\ )$	$_1$	$2\quad _1$
$_2(\ )$	$_2\quad _1\quad _2$	$2\quad _2$
$_1(\ )\quad _2(\ )$	$_1$	$2\quad _1$
$_1(\ )\ _2(\ )$	$_1\quad _2$	$2\quad _1\quad _2$
$_1(\ )\quad _2(\ )$	$_2$	$2\quad _2$
$_1(2\ )$	$2\quad _1$	$4\quad _1$
$_1(\ /2)$	$_1/2$	$_1$

采样定理：

2 2

优秀讨论结果展示

$_1(\ )\ \ _2(\ ),\ \ _1(\ )\ \ \ \ _2(\ )$

信号$x_1(t)$的最高频率为f_{m1}，信号$x_2(t)$的最高频率为f_{m2}. $f_{m1}>f_{m2}$

信号为$x_1(t)x_2(t)$时，最高频率为$f_{m1}+f_{m2}$，最小采样频率为$2(f_{m1}+f_{m2})$

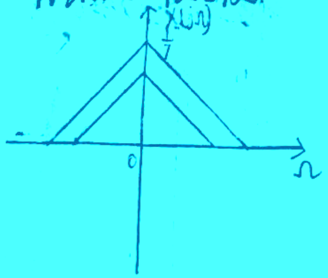
信号为$x_1(t)*x_2(t)$时，最高频率为f_{m2}，最小采样频率为$2f_{m2}$

时域的卷积相当于频域的乘积，频域的卷积相当于时域的乘积。

$x_s(t)=x(t)\delta_T(t) \leftrightarrow X(j\Omega)=\frac{1}{2\pi}X(j\Omega)*\delta(j\Omega)$

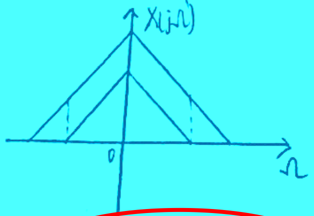
$x_1(t)x_2(t)$

在频域内较方便



$x_1(t)*x_2(t)$

相当于频域内的乘积



直接相乘后，取较小的频率f_{m2}

算得到

$f_{m1}+f_{m2}$ 故最高频率为两者相加.

以上是最终较为简单易懂的方法.

开始时，小组通过取特殊情况的函数来计算答案，而后一起讨论得出最终的方法.

$x_1(t)x_2(t)$:

首先根据和差化积公式 $\cos a+\cos b=2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$ ①

推测出 $f_m=f_{m1}+f_{m2}$

后我们尝试给出普遍的证明.

二者相乘可转换为卷积，卷积可产生为傅立叶级数的形式，又可转化为三角形式，在转化为三角形式后我们可将其用和差化积公式转化为类似①式的形式，便可得出$f_m=f_{m1}+f_{m2}$，故有

$f_s=2(f_{m1}+f_{m2})$.

$x_1(t)*x_2(t)$:

用作图法，时域卷积相当于频域相乘，

相乘后频域分布于$[-\Omega,\Omega]$内，Ω取$\min(\Omega_1,\Omega_2)$

代入采样定理，知最小采样频率为

$2\Omega=2\min(\Omega_1,\Omega_2)$.

优秀讨论结果展示

$_1(\ )\ \ _2(\ ),\ \ _1(\ )\ \ \ _2(\ )$

一、$x_1(t)\,x_2(t)$ 最高频率计算

$$x_1(t)\,x_2(t) \rightarrow \frac{1}{2\pi} X_1(j\Omega) * X_2(j\Omega)$$

其中 $X_1(j\Omega) * X_2(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X_1(j\Omega')\,X_2[j(\Omega-\Omega')]\,d\Omega'$

$$\begin{cases} \Omega \le f_{m1} & ① \\ \Omega-\Omega' \le f_{m2} \Rightarrow \Omega \le f_{m2}+\Omega' & ② \end{cases}$$

综合①-②，得 $\Omega \le f_{m2}+\Omega' \le f_{m1}+f_{m2}$

二、$x_1(t) * x_2(t)$ 最高频率计算：

$$x_1(t) * x_2(t) \rightarrow X_1(j\Omega)\,X_2(j\Omega)$$

易得 $\begin{cases} \Omega \le f_{m1} \\ \Omega \le f_{m2} \end{cases} \Rightarrow \Omega \le \min\{f_{m1}, f_{m2}\}$

已知 $f_{m1} > f_{m2}$，故 $\Omega \le f_{m2}$